В тетради запишите тему урока « Корни и степени».

Законспектируйте теоретический материал в тетради.

Выполните упражнения.

Рассмотрим уравнение $x^4 = 1$. $x_1 = -1$, $x_2 = 1$, являются корнями уравнения $x^4 = 1$.

Рассуждая точно так же, находим корни уравнения $x^4 = 16$: $x_1 = -2$, $x_2 = 2$.

А теперь попробуем решить уравнение $x^4 = 5$

Встретившись с подобной ситуацией, математики поняли, что надо придумать способ ее описания на математическом языке. Они ввели в рассмотрение новый символ $\sqrt[4]{}$, который назвали *корнем четвертой степени*, и с помощью этого символа корни уравнения $x^4 = 5$ записали так: $x_1 = -\sqrt[4]{5}$, $x_2 = \sqrt[4]{5}$ (читают: *корень четвертой степени из пяти*).

Вообще, решая уравнение $x^n = a$, где $a > 0$, $n \in N$, $n > 1$, получаем в случае четного n два корня: $-\sqrt[n]{a}$, $\sqrt[n]{a}$; в случае нечетного n — один корень $\sqrt[n]{a}$ (читают: *корень n-й степени из числа a*). Решая уравнение $x^n = 0$, получаем единственный корень $x = 0$.

Определение 1. Корнем n-й степени из неотрицательного числа a ($n = 2, 3, 4, 5, \ldots$) называют неотрицательное число, при возведении которого в степень n получается a.

Это число обозначают $\sqrt[n]{a}$, число a при этом называют *подкоренным числом*, а число n — *показателем корня*.

Если $n = 2$, то обычно говорят не «корень второй степени», а «квадратный корень». В этом случае пишут не $\sqrt[2]{a}$, а $\sqrt{a}$. Это тот частный случай, который вы специально изучали в курсе алгебры 8-го класса.

Если $n = 3$, то вместо «корень третьей степени» часто говорят «кубический корень». Первое знакомство с кубическим корнем у вас состоялось в курсе алгебры 9-го класса.

Операцию нахождения корня из неотрицательного числа называют обычно *извлечением корня*. Эта операция является обратной по отношению к возведению в соответствующую степень. Сравните:

Возведение в степень	Извлечение корня
$5^2 = 25$	$\sqrt{25} = 5$
$10^3 = 1000$	$\sqrt[3]{1000} = 10$
$0{,}3^4 = 0{,}0081$	$\sqrt[4]{0{,}0081} = 0{,}3$

Еще раз обратите внимание: в таблице фигурируют только положительные числа, поскольку это оговорено в определении 1. И хотя, например, $(-6)^2 = 36$ — верное равенство, перейти от него к записи с использованием квадратного корня, т. е. написать, что $\sqrt{36} = -6$, нельзя. По определению, $\sqrt{36}$ — положительное число, значит, $\sqrt{36} = 6$, (а не -6). Точно так же, хотя и $2^4 = 16$, и $(-2)^4 = 16$, переходя к знакам корней, мы должны написать $\sqrt[4]{16} = 2$ (и в то же время $\sqrt[4]{16} \neq -2$).

Иногда выражение $\sqrt[n]{a}$ называют *радикалом* (от латинского слова *radix* — «корень»). В русском языке термин *радикальный* используется довольно часто, например, «радикальные изменения» — это значит «коренные изменения». Между прочим и само обозначение корня напоминает о слове *radix*: символ $\sqrt{}$ — это стилизованная буква *r*.

Свойства корней (запишите в «шпаргалку»)

$$\left(\sqrt[n]{a}\right)^n = a; \quad \left(\sqrt[n]{a^n}\right) = a;$$

$$\sqrt[n]{ab} = \sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b};$$

$$\sqrt[n]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}} \quad (b \neq 0);$$

$$\left(\sqrt[n]{a}\right)^k = \sqrt[n]{a^k};$$

$$\sqrt[n]{\sqrt[k]{a}} = \sqrt[nk]{a};$$

$$\sqrt[np]{a^{kp}} = \sqrt[n]{a^k}.$$

1. Вычислите:

а) $\sqrt[4]{\frac{16}{625}}$; б) $\sqrt{\frac{100}{121}}$ в) $\sqrt[4]{0{,}0081}$; г) $\sqrt[3]{0{,}027}$;

2. Решите уравнения:

а) $x^3 = 125$; д) $x^3 + 8 = 0$;

б) $x^9 = 1$; е) $3x^8 - 9 = 0$;

в) $x^4 = -16$; ж) $x^4 - 19 = 0$;

г) $x^6 = 11$; з) $5x^{10} + 6 = 0$.